

6. VARIABLE ALEATORIA Y DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD

Variable: Se denomina variable a la entidad que puede tomar un valor cualesquiera durante la duración de un proceso dado. Si la variable toma un solo valor durante el proceso se llama constante.

Variable Aleatoria: Es una función que asocia un número real a cada elemento del espacio muestral. Es decir son aquellas que pueden diferir de una respuesta a otra.

Una variable aleatoria se puede clasificar en:

Variable aleatoria discreta.

Variable aleatoria continúa.

Variable Aleatoria Discreta: Una variable discreta proporciona datos que son llamados datos cuantitativos discretos y son respuestas numéricas que resultan de un proceso de conteo. Ejemplo:

La cantidad de alumnos regulares en un grupo escolar.

El número de águilas en cinco lanzamientos de una moneda.

Número de circuitos en una computadora.

El número de vehículos vendidos en un día, en un lote de autos

Variable Aleatoria Continua. Es aquella que se encuentra dentro de un intervalo comprendido entre dos valores cualesquiera; ésta puede asumir infinito número de valores y éstos se pueden medir. Ejemplo:

La estatura de un alumno de un grupo escolar.

El peso en gramos de una moneda.

La edad de un hijo de familia.

Las dimensiones de un vehículo.

Distribuciones:

Distribución de probabilidad: Es una distribución teórica de frecuencias que describe cómo se espera que varíen los resultados de un experimento.

Es un despliegue de todos los posibles resultados de un experimento junto con las probabilidades del resultado.

Ejemplo: En el lanzamiento de una moneda tres veces, encontrar la distribución de probabilidad del número de caras que se obtienen.

Solución: Se lista el espacio muestral $S: \{ \underset{3}{CCC}, \underset{2}{CCS}, \underset{2}{CSC}, \underset{2}{SCC}, \underset{0}{SSS}, \underset{1}{SSC}, \underset{1}{SCS}, \underset{1}{CSS} \}$

RESULTADOS DE CARAS (X)	0	1	2	3	Σ
PROBABILIDAD $f(X)$	1/8	3/8	3/8	1/8	1

Existen diferentes tipos de modelos que permiten describir el comportamiento de fenómenos estadísticos para hacer inferencias y tomar decisiones en condiciones de incertidumbre.

1. Discreta

2. Continua

1. Distribuciones discretas: Son aquellas donde las variables asumen un número limitado de valores, por ejemplo el número de años de estudio. Es aquella donde la variable aleatoria toma valores enteros.

Ejemplo: Se sabe que la distribución de ventas de cajas de cigarrillo en cajeros automáticos está dado por:

X	0	1	2	3
P(x)	0.1	0.2	0.3	0.4

X = Numero de cajas

P(x) = probabilidad de ventas en días

O sea, el 10% de los días no venden cajas de cigarrillo, el 20% se vende una caja, el 30% de los días dos cajas y el 40% de los días tres cajas.

Existen varios modelos matemáticos que representan diversos fenómenos discretos de la vida real: Binomial de Bernoulli, Multinomial y Poisson.

2. Distribuciones continuas: Son aquellas donde las variables en estudio pueden asumir cualquier valor dentro de determinados límites; por ejemplo, la estatura de un estudiante.

Las distribuciones de probabilidad cumplen con las siguientes condiciones:

a) La probabilidad para todo valor que asuma la variable aleatoria x_i , será mayor o igual a cero pero menor que uno.

$$0 \leq P(x_i) \leq 1 \quad \forall x_i$$

b) La suma de todas las probabilidades asociadas a todos los valores que toma la variable x , es igual a la unidad.

$$\sum_1^n P(x_i) = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(x_i) dx = 1$$

Esperanza Matemática o Valor Esperado (μ):

Es la media de distribución de probabilidad, aplica para distribuciones de probabilidad continua y discreta.

Para Distribución Discreta

$$\mu = E(X) = \sum [x_i * P(x_i)], \text{ Donde:}$$

X_i = Posibles resultados de un experimento

$P(x_i)$ = probabilidad de ocurrencia

Para Distribución Continua

$$\mu = \int F(X) x dx$$

Varianza (σ^2):

Para Distribución Discreta

$$\sigma^2 = \sum [(x_i - \mu)^2 P(x_i)], \text{ Donde:}$$

X_i = variable aleatoria

$P(x_i)$ = Probabilidad de ocurrencia de x

μ = Media de la distribución

Para Distribución Continua

$$\sigma^2 = \int (x - \mu)^2 f(x) dx$$

Desviación Estándar (σ):

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Ejercicio:

Se realiza el siguiente experimento: se lanza el dado al aire.

La probabilidad de ocurrencia cuando X es igual a 1, 2, 3, 4, 5, 6

Hallar: La media, la varianza, la desviación estándar

Solución:

x_i	$P(x_i)$	$x_i P(x_i)$	$(x_i - \mu)^2 P(x_i)$
1	1/6	1/6	$(1 - 3.5)^2 (1/6)$
2	1/6	2/6	$(2 - 3.5)^2 (1/6)$
3	1/6	3/6	$(3 - 3.5)^2 (1/6)$
4	1/6	4/6	$(4 - 3.5)^2 (1/6)$
5	1/6	5/6	$(5 - 3.5)^2 (1/6)$
6	1/6	6/6	$(6 - 3.5)^2 (1/6)$

$$\Sigma = 1 \quad \mu = 3.5 \quad \sigma^2 = 2.92 \quad \sigma = \sqrt{2.92} = 1.7$$